



Е. М. Кильдюшов

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОСМЕРТНОГО ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВНОСТИ НАСТУПЛЕНИЯ СМЕРТИ

128

Проанализированы различные математические модели процесса посмертного теплообмена трупа взрослого человека, основанные на посмертной динамике температуры. Подробно рассмотрена модель теплообмена трупа новорожденного, представленная в виде конечного цилиндра. Установлено, что при построении математической модели процесса посмертного теплообмена новорожденного в целях диагностики времени наступления смерти важным фактором является аппроксимация формы тела. Показано, что для определения давности наступления смерти теплообмен трупа не может иметь самостоятельного значения и установление времени наступления смерти должно базироваться на совокупной оценке посмертных изменений.

This article analyses different mathematical models of the process of postmortem heat transfer in an adult cadaver based on postmortem temperature dynamics. A model of heat transfer in a newborn cadaver presented as a finite cylinder is examined in detail. An important factor in constructing a mathematical model of postmortem heat transfer in a newborn aimed at identifying the time of death is body form approximation. It is shown that heat transfer in a cadaver is not sufficient for identifying the time of death, which should be based on a comprehensive assessment of postmortem changes.

Ключевые слова: математическая модель, давность наступления смерти, теплообмен.

Key words: mathematical model, time of death, heat transfer process.

Одной из важнейших задач судебно-медицинского эксперта при осмотре трупа на месте его обнаружения и его последующей аутопсии является предельно точное определение давности наступления смерти (ДНС). Экстраполяция значений посмертного охлаждения посредством математического моделирования в настоящее время стала наиболее перспективным способом решения этой задачи, которая позволяет по анализу входящих в формулу изменений переменных и параметров прогнозировать развитие данного процесса [7; 20].

Математическими называют модели реального объекта, в которых для решения используют различные уравнения, предусматривающие осуществление однозначной вычислительной процедуры, приводящей к их точному решению (алгебраические, дифференциальные и другие уравнения) [4; 7].

Первые математические модели процесса теплообмена трупа были представлены простым линейным уравнением. К одной из таких наиболее ранних работ математического моделирования диагностического посмертного процесса с аналитическим (формульным) способом решения можно отнести исследование, предпринятое в 1880 г. Бурманн



(Burmam). За основу было принято, что в среднем охлаждение трупа происходит на $0,889^{\circ}\text{C}$ в час. Свою линейную формулу для определения времени наступления смерти, в основу которой был положен коэффициент (1,5), определяющий скорость охлаждения трупа, в 1958 г. предложили Ф. Фиддес и Т. Паттен (F. Fiddes и T. Patten). Аналогичный подход был продемонстрирован и в ряде других работ [1; 2].

Оценивая точность линейных моделей, следует отметить, что они приемлемы лишь в самом начальном периоде посмертного теплообмена трупа с окружающей средой, так как хорошо известна зависимость темпа падения температуры физического тела без внутреннего источника энергии при постоянных условиях теплообмена, к которым можно отнести и труп. В то же время вышеуказанные модели не могут учесть влияние таких факторов, как температура внешней среды, индивидуальные особенности трупа и т.п., что значительно снижает их диагностическую ценность, поскольку решение этих уравнений является весьма приблизительным.

Посмертный теплообмен начинается с периода неупорядоченного процесса, затем переходит в регулярный режим и завершается периодом выравнивания температур тела и среды. Для первого периода характерно сильное влияние начального состояния трупа на его температурное поле. Изменения температурного поля во времени в регулярном тепловом режиме приобретают простую экспоненциальную форму — с немного меньшей скоростью охлаждения в первые несколько часов после смерти, чем в последующем, при этом скорость охлаждения тела на регулярном этапе выше таковой на этапе выравнивания температур. Естественно, что пренебрежение данными особенностями охлаждения тела в аспекте линейных моделей приводит к ошибкам определения ДНС [2].

Практически идеально для описания динамики охлаждения тела на начальном участке его температурной кривой подходит параболическая модель. Тем не менее при увеличении срока посмертного периода можно наблюдать снижение температуры тела ниже температуры окружающей среды, что, конечно, не может соответствовать реальности и уменьшает достоверность метода в целом.

Индивидуальные особенности теплообмена трупа и окружающей среды не могут быть учтены и в логистической модели, так как используемые в ней коэффициенты постоянны [8].

Исследования, которые провели в 1955 г. де Сарам и Вебстер (G. S. W. de Saram, G. Webster), показали возможность применения для описания кривой ректальной температуры экспоненциальных уравнений, основанных на ньютоновском законе охлаждения, начиная с 46-й минуты после наступления смерти. Сам же промежуток времени, прошедший после смерти, может быть установлен прибавлением 45 минут к рассчитанному временному интервалу. Единственное условие — определение значения ректальных температур дважды [2].

Ретроспективная экстраполяция посмертного процесса к начальной температуре, осуществляемая на основе экспоненциального закона, характеризующего период регулярного режима охлаждения тела, была предложена Ф. Лундквистом (F. Lundquist) [14]. Это выражение позво-



ляло учитывать и температуру окружающего воздуха и индивидуальные параметры процесса теплообмена конкретного трупа и оказалось эффективным для установления времени наступления смерти только в первые часы посмертного периода.

Позднее было показано, что увеличение кратности измерения ректальной температуры до трех раз и более позволяет путем экстраполяции полученных значений гораздо точнее установить ДНС [18]. Причем интервалы между измерениями предпочтительно делать часовыми, а самое первое измерение следует произвести как можно быстрее по обнаружении трупа.

Маршалл и Хенссге (Т. К. Marshall, С. Henssge), основываясь на фундаментальных законах теплотехники, при описании процесса теплообмена впервые используют понятие дифференциальной температуры Θ , представляющей собой разность между текущими значениями температуры трупа и окружающей среды, что позволяет в целом унифицировать диагностическую процедуру [10–12; 16].

На базе разработанной математической модели Хенссге создал две номограммы, значительно упрощающие процедуру определения ДНС [10–12; 20]. Так как эти номограммы обеспечивали высокую точность диагностики при исследовании трупов, находившихся в стандартных условиях, аналогичных тем, в которых разрабатывалась математическая модель, то для более широкого их применения в практике судебно-медицинской экспертизы в 1997 г. Е. М. Кильдюшов и И. В. Буромский [3] дополнили эти номограммы поправочными коэффициентами. Позднее В. А. Куликов [5], используя в качестве основной математическую модель посмертного охлаждения, предложенную Хенссге, несколько упростил ее, предложив аналитическое решение, облегчающее расчет ДНС в условиях осмотра трупа на месте его первоначального обнаружения.

Упрощение внешних условий и принятие температуры окружающей среды в качестве константы «огрубляет» условия функционирования модели и, как следствие, сопровождается снижением точности определения давности смерти. Для устранения этого Е. Ф. Шведом [9] были разработаны метод и математическая модель, представляющая собой модификацию двухэкспоненциальной модели, описанной в [15; 17]; и эта модификация может использоваться в условиях переменных внешних температур. Особенность модели, предложенной Е. Ф. Шведом, состоит в необходимости точного знания экспертом динамики температуры среды, в которой находится труп, за время, равное или большее времени моделирования. Естественно, что практический эксперт в подавляющем большинстве случаев не располагает такими сведениями, и реальное применение данного способа диагностики ДНС не всегда возможно.

Действуя в рамках экспоненциальных тепловых моделей, для описания динамики теплообмена трупа в раннем постмортальном периоде П. И. Новиков [6] также вводит простую экспоненциальную зависимость, выражая изменение температуры трупа в комплексе с температурой окружающей среды посредством использования безразмерной температуры.



Через представление тела человека в качестве модели бесконечного цилиндра и использование переменных коэффициентов, соответствующих этой модели, было наглядно показано, что на температурную кривую, построенную при постоянной температуре окружающей среды, гораздо более сильное влияние, по сравнению с другими параметрами, оказывает величина радиуса цилиндра [19], но К. Селлер (K. Sellier) ничего не сообщил о местоположении (координате) диагностической зоны (прямой кишки) внутри тела. Позднее авторами работы [13] было выдвинуто предложение, что бесконечный цилиндр является вполне допустимой моделью и что тепловые потери модели исключительно хорошо согласуются с тепловыми потерями человеческого тела в том случае, если учитывается «фактор местоположения» диагностической зоны, обозначающий радиальную координату прямой кишки внутри тела. Поскольку речь идет о процессе теплопередачи, большое значение имеет расположение прямой кишки — находится она рядом с «центром» трупа или на некотором расстоянии от этого «центра», потому что температурная кривая в некотором смысле полностью зависит от значения радиальной координаты диагностической зоны (точки термометрического исследования) [2].

Представляя труп взрослого человека в виде бесконечного цилиндра, Хираиwa, Оно и Курода (K. Hiraiwa, Y. Ohno, F. Kuroda) и их коллеги рассчитали тепловые потери этой модели и пришли к выводу, что они аналогичны тепловым потерям тела человека в тех случаях, когда можно считать, что прямая кишка располагается в месте соединения передних трех четвертей и задней четверти расстояния между поверхностью нижней части живота и поверхностью спины. Затем, используя две записи значений ректальных температур из случаев, описанных в литературе, названные исследователи пытались вычислить время, прошедшее после смерти, применяя свою математическую модель. Основываясь на предположении, что исходная ректальная температура была равна $37,64^{\circ}\text{C}$ и что в каждом случае использовалось одно и то же значение длины окружности боковой поверхности как средней величины, характерной для японцев, было обнаружено, что в 54 % случаев отклонение расчетного значения ДНС от реального времени было менее 30 минут, а приблизительно в 82 % случаев величина отклонения составила менее 1 часа. Таким образом, когда были заданы длина окружности боковой поверхности, температура окружающей среды, ректальная температура, зафиксированная по крайней мере дважды с интервалами в несколько часов, и обычные параметры, за исключением коэффициента теплопередачи, авторы легко могли вычислить промежуток времени, прошедший после смерти. В результате этого моделирования обнаружено, что изменение температуры окружающей среды менее чем на 2°C практически не оказывает никакого влияния на точность получаемого результата [1; 2].

Общеизвестно, что теплообмен прямо зависит от соотношения поверхности тела и его массы. Даже если не принимать во внимание физиологические особенности строения организма взрослого и ребенка, то разница не только в абсолютном значении массы, но и в ее соотношении с поверхностью тела совершенно очевидна. Таким образом,



процесс теплообмена в трупах детей и взрослых будет протекать неодинаково. И понятно, что в одних и тех же условиях охлаждение трупа ребенка будет протекать быстрее, чем взрослого. Следовательно, для установления давности охлаждения трупов детей должны быть разработаны совершенно иные критерии.

В 2005 г. автор данной статьи аппроксимировал труп новорожденного в виде усеченного цилиндра, считая, что цилиндр изотропен, теплоемкость его постоянна, а потерями тепла с боковой поверхности можно пренебречь. Применительно к предлагаемой модели усеченного цилиндра эти уравнения и соответствующие граничные условия выглядят следующим образом:

Уравнение теплопроводности в декартовой системе координат:

$$\frac{1}{\chi} \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial z^2}. \quad (1)$$

Уравнение теплопроводности в цилиндрической системе координат:

$$\frac{1}{\chi} \frac{\partial T(r, \theta, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial z^2}. \quad (1^*)$$

Граничные условия при наличии теплообмена на поверхности со средой температуры T_c :

$$\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_S = -h(T \Big|_S - T_c), \quad (2)$$

где $\frac{\partial T}{\partial n}$ — производная по направлению внешней нормали к поверхности S .

Начальные условия:

$$T \Big|_{t=0} = T_0, \quad (3)$$

где T , $T(x, y, z, t)$, $T(r, \theta, z, t)$ — температура в точке (x, y, z) или (r, θ, z) в момент времени t для декартовой или цилиндрической систем координат соответственно.

Решение уравнения (1*) не зависит от θ и имеет вид:

$$T = T_c + \frac{4h^2}{R} (T_0 - T_c) \times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos \alpha_n z J_0(\beta_m r)}{((h^2 + \alpha_n^2)c + h)(\beta_m^2 + h^2) \cos \alpha_n c J_0(\beta_m R)} e^{-\lambda(\alpha_n^2 + \beta_m^2)t}, \quad (4)$$

где α_n , β_m являются решениями уравнений

$$\alpha_n \operatorname{tg}(\alpha_n c) = h; \quad J_1(\beta_m R) = -h J_0(\beta_m R). \quad (5)$$

Как следует из решения данного уравнения, в течение процесса охлаждения температура внутри цилиндра изменяется в радиальном направлении [2].

Общим для всех рассматриваемых моделей является то, что температура тела человека на момент его смерти принята в качестве постоянной величины. Естественно, что если это не соответствует действительности, получаемые с помощью данных моделей результаты будут несколько отличаться от истинного значения ДНС либо в сторону



уменьшения значения расчетного времени наступления смерти (при повышенной температуре тела на момент смерти), либо увеличения (при пониженной температуре тела на момент смерти).

Когда для одного и того же мертвого тела условие постоянства темпа его охлаждения не выполняется (происходит резкое изменение условий внешней среды), получаемые с помощью приведенных моделей результаты будут отличны от истинного значения ДНС. В подобных ситуациях по данным термометрии можно получить лишь минимальное значение времени процесса теплообмена, происходящего в условиях, идентичных условиям обнаружения тела, что не будет совпадать с истинным временем наступления смерти.

Существование указанных выше ограничений теплового способа диагностики давности наступления смерти создает предпосылки для дальнейшего исследования данной задачи и отнюдь не снижает актуальность поисков новых критериев и методов ее решения.

Список литературы

1. Вавилов А. Ю. Судебно-медицинская диагностика давности смерти тепловыми методами : дис. ... д-ра мед. наук. М., 2009.
2. Кильдюшов Е. М. Судебно-медицинская экспертиза давности наступления смерти новорожденных (моделирование процесса посмертного теплообмена). М., 2005.
3. Кильдюшов Е. М., Буромский И. В. Использование поправочных коэффициентов при установлении давности наступления смерти на месте обнаружения трупа с помощью номограмм С. Henssge // Судебно-медицинская экспертиза. 1997. №4. С. 4–7.
4. Кильдюшов Е. М., Мухай А. Н. О принципах построения математической модели для изучения процесса охлаждения трупа новорожденного // Судебно-медицинская экспертиза. 2000. №5, т. 43. С. 3–6.
5. Куликов В. А. Практическая методика измерения ДНС по методу регулярного теплового режима // Современные вопросы судебной медицины и экспертной практики. Ижевск, 1998. Вып. 10. С. 115–120.
6. Новиков П. И. Судебно-медицинская диагностика давности наступления смерти способом моделирования посмертного процесса изменения температуры трупа : дис. ... д-ра мед. наук. М., 1985.
7. Майер Р. В. Компьютерное моделирование физических явлений. Глазов, 2009.
8. Толтолуцкий В. Ю. Математическое моделирование динамики температуры в постмортальном периоде для определения давности наступления смерти : автореф. дис. ... д-ра мед. наук. М., 1995.
9. Швед Е. Ф. Моделирование посмертной термодинамики при установлении давности смерти в условиях меняющейся температуры окружающей среды : дис. ... канд. мед. наук. М., 2006.
10. Henssge C. Death time estimation in case work. The rectal temperature time of death nomogram // Forensic Sci. Int. 1988. Bd. 61, №3. P. 209–236.
11. Henssge C. Rectal temperature time of death nomogram: dependence of corrective factors on the body weight under stronger thermic insulation condition // Forensic Sci. Int. 1992. Bd. 112, №3. P. 51–56.
12. Henssge C. Todeszeitschätzungen durch die mathematische Beschreibung der rektalen Leichenabkühlung unter verschiedenen Abkühlungsbedingungen // Z. Rechtsmed. 1981. Bd. 87, №3. S. 147–178.



13. Schiekele Jo. A. A general method for assessing factors controlling postmortem cooling // J. Forensic Sci. 1970. №15. P. 364–391.
14. Lundquist F. Physical and chemical method for the estimation of time of death // Acta med. legale (Liegens). 1956. №. 9. P. 205–209.
15. Marshall T.K. Estimating the time death. The use of cooling formula in the study of post-mortem body cooling // J. Forens. Sci. 1962. Vol. 7. P. 189–210.
16. Marshall T.K. The use of body temperature in estimating the time of death and its limitation // Med. Sci. and Low. 1969. Vol 9. P. 178–182.
17. Marshall T.K., Hoare F.E. Estimating the time death. The rectal cooling after death and its mathematical expression // J. Forens. Sci. 1962. Vol. 7. P. 56–81.
18. Murakami S., Jin H., Furusama M. et al. On the postmortem rectal temperature (Japanese) // Hoigaku no Jissai to Kenkyu (Practice and Research of Forensic Medicine). 1957. Vol. 4, №1. P. 7–19.
19. Sellier K. Determination of the time since death by extrapolation of the temperature decrease curve // Acta Med. Leg. Soc. 1948. №2. P. 279–301.
20. The estimation time since death in the early postmortem period / C. Henssge [et al.]. L., 2002. P. 3–104.

Об авторе

Евгений Михайлович Кильдюшов — д-р мед. наук, проф., ГБОУ ВПО РНИМУ им. Н. И. Пирогова, начальник Бюро судмедэкспертизы, Москва.
E-mail: kem1967@bk.ru

About the author

Prof. Evgeny Kildyushov, Pirogov Russian National Research Medical University; Director of the Forensic Medical Examination Unit, Moscow.
E-mail: kem1967@yandex.ru